

1. 中性子輸送ボルツマン方程式 (Neutron Transport Boltzmann Equation)

原子炉中の中性子の分布は、中性子輸送ボルツマン方程式を解くことで求めることができる。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_T(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) - \int dE' d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) = S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \text{式(1-1)}$$

中性子は素粒子であるから、量子論的振る舞いをする。しかし、液体窒素温度(約-200℃)以上では、古典論的な粒子と扱って差し支えないことがわかっている。中性子の分布は、フラックス

$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ [$1/c^2 m \cdot \text{sec}$] とよばれるもので定義される。フラックスは、位置ベクトル $\vec{r} = (x \ y \ z)$ 、エネルギーE、運動方向ベクトル $\vec{\Omega} = (\cos \varphi \cos \theta \ \sin \varphi \cos \theta \ \sin \theta)$ 、時間tの関数である。

ボルツマン方程式の左辺第一項と第二項は連続の項で時間の全微分を表す。左辺第三項は、中性子が媒質中の原子核と衝突した結果、 $(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ の空間から消滅する量を表す。これを吸収項と呼ぶ。左辺第四項は、 $(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t)$ の空間にあった中性子が媒質中の原子核と衝突して空間 $(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ に現れる量を表す。中性子は電荷を持たないので、媒質中の原子核と衝突するときは、クーロン力を感じないので、非常に小さい(半径が 10^{-15} m ほど)原子核と直接衝突する。したがって衝突の際の $(x \ y \ z)$ 空間での移動距離は無視する。

右辺は固定源項で、 $(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ での中性子の発生量を表す。吸収項と散乱項を右辺に移項すると、 $(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ での中性子の単位時間当たりの変化率は、固定源からの発生と散乱項による生成から吸収項による消滅量を差し引いたものであることがわかる。

中性子輸送ボルツマン方程式を、もっと単純化して説明する。次のような中性子測定実験を考える。

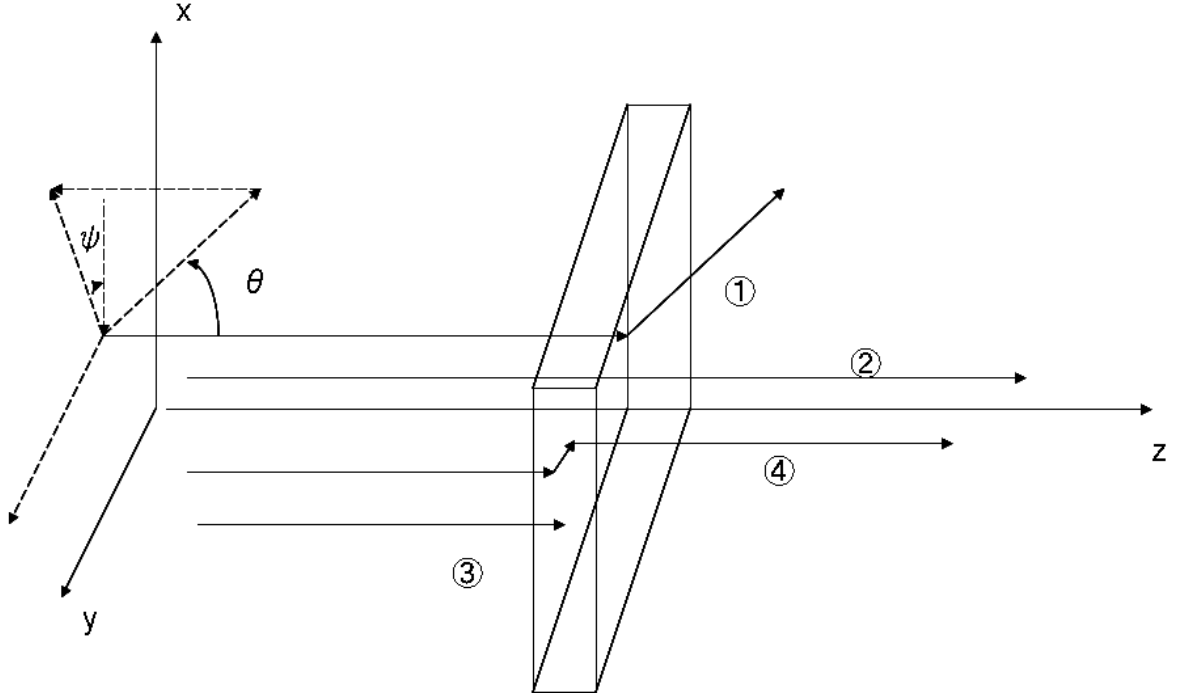


図1-1

図1-1のようにx、y、z軸を設定する。全体は真空中で、薄い物質の層がある。z軸の方向に平行に中性子が飛行し媒質を通過する際に、4つの場合が考えられる。①媒質中で1回衝突して運動方向とエネルギーが変わる。②衝突を起こさずに通過する。③媒質に吸収されて消滅する。④二回衝突してz軸と平行な運動方向に戻る。定常状態にあるとする。

媒質が非常に薄く、④のような二回の衝突やましては2回の衝突で同じ運動方向に戻る現象は無視する。無視できるほど媒質を薄くする。媒質の中の中性子フラックスで②の通過する中性子についてのボルツマン方程式は、 $\theta = 0$ なので、

$$\begin{aligned} & \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial x} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial y} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \cos \theta \frac{\partial}{\partial z} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_T(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ & - \int dE' d\vec{\Omega} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ & = \frac{\partial}{\partial z} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_T(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \int dE' d\vec{\Omega} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') = 0 \end{aligned}$$

式(1-2)

となる。x、y方向への移動はないので $\vec{r} = (0 \ 0 \ z)$ エネルギーEも固定、運動方向

$\vec{\Omega} = (0 \ 0 \ 1)$ で固定されるので、変数はzだけとなる。媒質の構造が一定であるとする、第二

項の係数 $\Sigma_T(\vec{r}, E)$ も定数となる。また、2度散乱することも無いので、散乱項も0となる。その結果、ボルツマン方程式は、

$$\frac{d}{dz} \phi(z, E) + \Sigma_T(E) \phi(z) = 0$$

式(1-3)

と簡単になり、中性子の固定源は、境界条件となる。媒質に入射してくる中性子フラックスを ϕ_0 とすると、 $\phi(z, E)$ は、

$$\phi(z, E) = \phi_0 \exp[-\Sigma_T(E)z]$$

式(1-4)

となる。このことから、ボルツマン方程式の吸収項の係数 $\Sigma_T(\vec{r}, E)$ は、単位長さあたり中性子が衝突したり消滅する確率であり単位は[1/長さ]であることがわかる。消滅するためには衝突しなければならないので、全衝突の確率である。中性子輸送ボルツマン方程式は、これを一般化したものである。